

Courbe d'équation $y=f(x+a)+b$ à partir de celle de $y=f(x)$

Objectifs :

- ☞ Prise en main du logiciel Géogébra
- ☞ Induire à partir des tracés de $y=(x+a)^2+b$ les théorèmes permettant de tracer les courbes des fonctions $x \mapsto f(x+a)$ et $x \mapsto f(x)+b$ à partir de celle de $x \mapsto f(x)$.

Création de la figure :

- Ouvrir le logiciel Géogébra (version 3.0).
- Créer 2 curseurs nommés a et b variant de -5 à 5 (pas 0,1 et longueur 400).
Régler ces curseurs : $a=3$ et $b=2$.
- Créer les fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $f_1 : x \mapsto f(x+a)+b$.
Pour cela, taper dans la barre de saisie en bas la formule $\mathbf{f(x)=x^2}$ puis $\mathbf{f_1(x)=f(x+a)+b}$.
Colorier en rouge la courbe de f .
- Créer le point D , sommet de la parabole d'équation $y=x^2$.

Déterminer en fonction de a et de b les coordonnées du sommet E de la parabole d'équation $y=f(x+a)+b$.
Placer E sur la figure (vérifier que E reste bien le sommet de la parabole quelles que soient les valeurs de a et de b).

Observation :

- Déterminer une transformation t qui transforme D en E .
Exprimer ses éléments caractéristiques en fonction de a et de b .
- Créer un point variable A sur la courbe de f : cliquer sur  puis cliquer sur la courbe.
- Créer l'image de A par la transformation t .
- Faire varier A et les curseurs a et b . Que constatez-vous ?
Enoncer de façon simple ce résultat que vous avez conjecturé sur la figure.

Appelez le professeur pour vérification.

Applications

I) Travail sur Géogébra

Tracer sur la feuille Géogébra la courbe de la fonction $g : x \mapsto x^2 - 8x + 13$.
Trouver la position des curseurs a et b pour que les courbes de f_1 et de g coïncident.
Donner alors l'expression de f_1 qui est dans la fenêtre algèbre.
Cette expression est la **forme canonique** de $x^2 - 8x + 13$.
Remarque : On appelle forme canonique toute écriture dans laquelle la variable x n'apparaît qu'une seule fois.

II) Travail sur papier

En utilisant : - le théorème énoncé plus haut
- les courbes des fonctions usuelles vues en seconde données ci-dessous

- 1) On pose $f_1 : x \mapsto (x-3)^2 - 2$.
 - a. Préciser la fonction de référence f associée à la fonction f_1 .
 - b. Préciser le vecteur \vec{u} tel que $t_{\vec{u}}(\mathcal{C}_f) = \mathcal{C}_{f_1}$.
 - c. Après avoir choisi deux points M et N de \mathcal{C}_f , placer sur l'annexe ci-jointe les points M_1 et N_1 images respectives des points M et N par la translation $t_{\vec{u}}$ (on laissera apparents les traits de construction.).
 - d. Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C}_{f_1} .
- 2) Mêmes questions pour les fonctions suivantes :
 - $f_2 : x \mapsto x^2 + 4x + 1$ (chercher la forme canonique sous la forme $(x+a)^2 + b$).
 - $f_3 : x \mapsto 1 + \frac{1}{x-2}$.
 - $f_4 : x \mapsto \frac{3x+7}{x+2}$ (chercher à écrire ce quotient sous la forme $\frac{1}{x+a} + b$).

