CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 5

Suites arithmétiques	*Pour le 18 décembre 2007*

Exercice 1

1) Deux ans après, l'arbre mesure 2 mètres, puisque sa hauteur a doublé en deux ans. Comme sa taille augmente chaque année de la même longueur, alors **il a poussé de 0,50 mètre par an**.

2) Au bout de 4 ans, avec les conditions précédentes, l'arbre mesurera 3 mètres. En effet, il augment de 0,50 mètre par an, et $1+4\times 0{,}50=3$.
Par conséquent, **sa taille de départ sera multipliée par 3 au bout de 4 ans**.

3) Comme la taille de l'arbre augmente chaque année de 0,50 mètre, alors **la suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0=1$ et de raison $r=0{,}5$**.

On en déduit alors que $u_n=u_0+(n-0)\times r$, c'est-à-dire que **$u_n=1+0{,}5n$, pour tout entier naturel n**.

4) Nous sommes amenés à résoudre l'inéquation $u_n>25$.
Or $u_n>25$ équivaut à $1+0{,}5n>25$, c'est-à-dire à $0{,}5n>24$.
Comme 0,5 est strictement positif, alors $u_n>25$ équivaut à $n>\dfrac{24}{0{,}5}$, c'est-à-dire à $n>48$.
Par conséquent, **la taille de l'arbre dépassera 25 mètres au bout de 49 ans**.

Exercice 2

1) Comme Julien descend 5 marches par seconde, alors $u_1=u_0-5=\mathbf{1795}$ et $u_2=u_1-5=\mathbf{1790}$.
Comme Denis monte 2 marches par seconde, alors $v_1=v_0+2=\mathbf{2}$ et $v_2=v_1+2=\mathbf{4}$.

2) Comme Julien descend 5 marches par seconde, alors $u_{n+1}=u_n-5$; d'où **la suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0=1800$ et de raison $r=-5$**.
On en déduit que, **pour tout entier naturel n, $u_n=u_0+(n-0)\times r=1800-5n$**.

Comme Denis monte 2 marches par seconde, alors $v_{n+1}=v_n+2$; d'où **la suite (v_n) est une suite arithmétique de premier terme $v_0=0$ et de raison $r'=2$**.
On en déduit que, **pour tout entier naturel n, $v_n=v_0+(n-0)\times r'=2n$**.

3) D'après le tableur, **Julien et Denis se rencontrent entre les 257ème et 258ème secondes**.

4) On est amené à résoudre l'équation $u_n=v_n$.
Or $u_n=v_n$ équivaut à $2n=1800-5n$, c'est-à-dire à $7n=1800$, ou encore à $n=\dfrac{1800}{7}\simeq 257{,}14$.
Par conséquent, **cela confirme le résultat de la question précédente**.

C. Lainé